

АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ РУХУ КОЛОНИ ТЕХНІКИ ПРИКОРДОННОЇ КОМЕНДАТУРИ ШВИДКОГО РЕАГУВАННЯ

Прикордонна комендатура швидкого реагування є структурним підрозділом прикордонного загону, призначена для захисту та посилення охорони визначеної ділянки Державного кордону й повинна оперативно здійснювати передислокацію власних сил і засобів. Успіх виконання поставлених перед підрозділом завдань значною мірою залежить від своєчасності прибуття у точку призначення. Оперативне перевезення значної кількості озброєння, особового складу та різномірних вантажів на сухопутній ділянці здійснюється шляхом використання техніки. На підготовчому етапі організації перевезень розв'язується задача формування оптимального складу колони техніки. Паралельно з її вирішенням потребує розв'язування задача вибору маршрутів руху колони техніки.

Існуюча мережа автомобільних доріг забезпечує достатньо велику кількість маршрутів руху між вихідним і кінцевим пунктами. Причому це має місце навіть для незначних відстаней між точками вибуття та призначення. Вказане обумовлює багатоваріантність під час вибору.

Крім того, вибір маршруту руху залежить від багатьох допоміжних умов: навченості водіїв, технічних характеристик та надійності техніки, безпеки руху, дорожніх і природньо-кліматичних умов, відстані та термінів перевезень тощо. Неякісне врахування цих факторів у сукупності може призвести до вибору нераціонального маршруту руху, який не забезпечить своєчасного прибуття підрозділу в пункт призначення, та може призвести до зриву виконання визначених завдань. Тому задача вибору оптимального маршруту руху колони техніки є актуальною. На змістовному рівні задача виглядає як обґрунтування математичної моделі вибору оптимального маршруту руху колони техніки, якщо критерієм оптимальності виступає мінімізація часу руху з вихідної точки в пункт призначення.

Авторами сформовано математичну модель наведеної задачі, запропоновано алгоритм її вирішення для трьох випадків: дискретно-стохастичного, дискретно-детермінованого та неперервно-невизначеного, а також розроблено відповідне програмне забезпечення. Вибір маршрутів здійснюється для трьох варіантів з урахуванням того, що зміна ваг ребер може здійснюватися:

у моменти часу, коли колона знаходиться в певній вершині графа, і оновлення матриці ваг здійснюється саме в ці моменти. Це випадок, коли рішення щодо подальшого маршруту руху формується у точках розгалуження доріг з урахуванням обстановки щодо стану окремих ділянок, що динамічно змінюється і дані щодо якого з'являються періодично;

у моменти часу, коли колона знаходиться в певній вершині графа, і для цих моментів матриці ваг, які матимуть місце при попаданні колони у вершину, наперед відомі. Це випадок, коли рішення щодо маршруту руху може бути сформоване на початку руху з урахуванням відомої обстановки щодо стану доріг, що динамічно змінюватиметься, але дані щодо якого можуть бути враховані завчасно;

довільним чином в залежності від швидкості колони у фіксований момент часу, для якого відомою є функція швидкості колони.

Ключові слова: математична модель, алгоритм, матриця, прикордонна комендатура швидкого реагування, техніка, колона.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Успіх виконання поставлених перед прикордонною комендатурою швидкого реагування (ПКШР) завдань значною мірою залежить від своєчасності прибуття підрозділів ПКШР у точку призначення. Оперативне перевезення значної кількості особового складу та різномірних вантажів ПКШР на сухопутній ділянці здійснюється шляхом використання транспортних засобів. На підготовчому етапі організації перевезень розв'язується задача формування оптимального складу колони техніки [14]. Паралельно з її вирішенням потребує розв'язування задача вибору маршрутів руху колони техніки.

Існуюча мережа автомобільних доріг забезпечує достатньо велику кількість маршрутів руху між вихідним і кінцевим пунктами. Причому це має місце навіть для незначних відстаней між точками вибуття та призначення. Вказане обумовлює багатоваріантність під час вибору.

Крім того, вибір маршруту руху залежить від багатьох допоміжних умов: навченості водіїв, технічних характеристик техніки, економічності, безпеки руху, дорожніх і природно-кліматичних умов, відстані та термінів перевезень тощо. Неякісне врахування цих факторів у сукупності може призвести до вибору нераціонального маршруту руху, який забезпечить несвоечасність прибуття підрозділу в пункт призначення, та може призвести до зриву виконання визначених завдань. Тому задача вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми. Питанням вибору маршрутів руху колони транспортних засобів для ефективного переміщення вантажів, а також суміжним задачам приділялась увага у ряді робіт, зокрема в роботах [1-14].

Підхід щодо вибору маршруту, який ґрунтується на edgelabels, наведений у праці [1]. Його застосування дозволяє прискорити пошук найкоротшого шляху в 500 разів у порівнянні зі стандартним алгоритмом Дейкстри над великим графом. У роботі [2] наведено алгоритм для вибору оптимальних маршрутів у мультимодальному режимі мережі громадського транспорту. За результатами цього дослідження підхід щодо маршрутизації транзитних вузлів був адаптований для планування переміщення громадським транспортом. У науковій праці [3] для пошуку найкоротшого шляху застосовано метод ієрархії контракції. У дослідженні [4] на основі застосування алгоритму SHARC наведено можливість з відшукування найкоротших шляхів для довільних засобів переміщення у транспортній мережі континентального масштабу. У науковій праці [5] досліджено проблему планування мультимодальних маршрутів. У роботі [6] наведено модель для оцінки трафіку затримки транспортних засобів з урахуванням довільних навантажень у процесі руху. У дослідженні [7] наведено планування маршрутів для військових наземних транспортних засобів на полі бою. У роботі проведено моделювання невизначеностей, що мають місце на дорожній мережі, за допомогою набору дискретних сценаріїв. Запропоновано метод відшукування найкоротшого шляху для кожного окремого транспортного засобу. Результати розрахунків свідчать про те, що запропонований метод може забезпечити якісне рішення лише для мереж з невеликою кількістю вузлів. У науковій праці [8] розроблено алгоритм розв'язування задачі пошуку найкоротших за часом шляхів у міських маршрутних мережах транспорту загального користування з урахуванням тривалості пересадок методом віток і меж.

У джерелах [9-11] описуються можливості застосування геоінформаційних програмних продуктів ArcGIS для відшукування раціональних маршрутів руху. Маршрутний аналіз ArcGIS дозволяє здійснювати пошук найшвидшого за часом, найкоротшого за відстанню або навіть найбільш живописного маршруту з вихідної до кінцевої точки. До параметрів аналізу маршруту можуть входити час початку руху, час доби, точна дата, день тижня тощо. При виборі маршруту руху враховуються бар'єри – об'єкти, які обмежують, ускладнюють чи змінюють маршрут руху. За результатами обчислення з урахуванням вихідних параметрів та обмежень програмним продуктом формується певний маршрут руху.

У дослідженні [12] сформовано та досліджено варіант моделі планування вантажоперевезень, представлено прикладну програму для знаходження у транспортній мережі оптимального маршруту перевезення вантажів від одного постачальника до кількох споживачів.

У праці [13] задача вибору найкоротшого маршруту розв'язувалась за критерієм максимізації рівня готовності транспортних засобів та мінімізації марочного складу й кількості транспортних засобів у колоні. Обмеження моделі стосувалися забезпечення нормативно встановлених часу на перевезення та коефіцієнта готовності техніки, перевезення колоною особового складу заданої кількості та вантажу, заданої маси і об'єму, витрат різних видів пального, що не перевищують встановлених значень, не зниження запасу ходу по моторесурсу кожним транспортним засобом зі складу колони.

В авторській роботі [14] було здійснено формалізацію постановки задачі розміщення графа з неоднорідними ребрами та обґрунтовано метод її вирішення у двох різних випадках: у випадку, коли можливим є розбиття довільного ребра досліджуваного графа точками, що відповідають моментам часу, коли швидкість колони дискретно змінює своє значення, а також у

випадку, коли розбиття ребра точками, що відповідають моментам часу, коли швидкість колони дискретно змінює своє значення, є проблемним, але при цьому швидкість колони у кожен фіксований момент часу є відомою.

З наведеного випливає, що у проаналізованих працях залишилися поза увагою наступні аспекти, які потребують урахування при виборі оптимального маршруту руху колони техніки:

- перевезення військових підрозділів вимагає дотримання вимог режимності, тому застосування загальнодоступного програмного забезпечення з великою ймовірністю може створювати передумови для прогнозування вибору маршруту руху ймовірним противником або порушником;

- перевезення військових підрозділів потребує прогнозування зміни дорожньої обстановки з урахуванням комплексної статистичної інформації щодо проблемних ситуацій (аналіз ДТП на маршруті руху за минулий рік, інформації щодо проведення ремонтних робіт, врахування прогнозу погоди та ін.) на усьому маршруті руху з метою своєчасного виходу у визначений район;

- військові перевезення передбачають переміщення значної кількості особового складу та специфічних вантажів як на невеликі, так і на значні відстані;

- у зв'язку зі специфікою військових завдань під час перевезення військових підрозділів сумісно застосовується не тільки різномарочна, але і достатньо різнотипна техніка;

- виконання перевезень передбачає широке застосування будь-яких доріг, в тому числі ґрунтових, а іноді і бездоріжжя.

Отже, підходи та методи, які проаналізовані у наведених вище роботах, не можуть бути застосовні для розв'язування досліджуваної задачі безпосередньо. Разом з тим, запропонований у праці [14] метод є базовим і таким, що дозволяє впритул наблизитися до вирішення задачі вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування. Особливість досліджуваної задачі полягає в нефіксованості ваг ребер, які описують окремі ділянки мережі доріг, у процесі руху колони.

Мета статті. Таким чином, метою даної роботи є формалізація задачі вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування з урахуванням особливостей, пов'язаних із забезпеченням достовірності початкових даних, та алгоритмізація методу її розв'язування.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для досягнення сформульованої мети вбачається за доцільне насамперед здійснити постановку задачі, що адекватна реальному процесу, формалізувати її, а далі запропонувати алгоритми її вирішення.

Постановка задачі, що адекватна реальному процесу. Нехай задано колону техніки, яка повинна вибути з пункту відправлення (точки А) та прибути в пункт призначення (точку В). Умови формування складу колони аналогічні визначеним у роботі [2]. Нехай також задано мережу доріг, що зв'язують точки А та В. Математична модель мережі доріг являє собою розмічений граф, вага ребер якого являє час руху колони вздовж них.

Необхідно знайти оптимальний маршрут руху, якщо критерієм оптимальності виступає мінімізація часу руху з точки А в точку В.

При цьому слід врахувати, що в процесі руху колони час руху вздовж окремих ребер може бути змінним. Така умова визначається впливом на час руху вздовж окремого ребра різних умов, наприклад, кліматичних (дощ, ожеледь, туман тощо), техногенних (завали дорожнього полотна, його пошкодження внаслідок підтоплення ділянки місцевості тощо), зміни періоду доби (день, ніч) тощо.

Також слід врахувати, що зміна ваг ребер може здійснюватись:

1. У моменти часу, коли колона знаходиться в певній вершині графа, і оновлення матриці ваг здійснюється саме в ці моменти. Це випадок, коли рішення щодо подальшого маршруту руху формується у точках розгалуження доріг з урахуванням обстановки щодо стану окремих ділянок, що динамічно змінюється і дані щодо якого з'являються періодично. Цей випадок у подальшому називатимемо дискретно-стохастичним;

2. У моменти часу, коли колона знаходиться в певній вершині графа, і для цих моментів матриці ваг, які матимуть місце при попаданні колони у вершину, наперед відомі. Це випадок,

коли рішення щодо маршруту руху може бути сформоване на початку руху з урахуванням відомої обстановки щодо стану доріг, що динамічно змінюватиметься, але дані щодо якого можуть бути враховані завчасно. Цей випадок у подальшому називатимемо дискретно-детермінованим;

3. Довільним чином в залежності від швидкості колони у фіксований момент часу, для якого відомою є функція швидкості колони. Цей випадок у подальшому називатимемо неперервно-невизначеним.

Формалізація задачі, що адекватна реальному процесу. Зважаючи на те, що задача, яка адекватна реальному процесу, може мати місце у трьох постановках, необхідним є формування математичної моделі для кожної з них.

Випадок 1 - дискретно-стохастичний.

Нехай задано розмічений граф, кількість вершин якого рівна n .

І нехай v_i - деяка вершина графа.

Матриця ваг графа має вигляд $W^{(i)} = (w_{ij}^{(i)})_{n \times n}$. Тут $w_{ij}^{(i)}$ - вага ребра $\{v_i, v_j\}$ у момент перебування у вершині v_i .

Необхідно знайти найкоротший шлях від заданої початкової вершини a до заданої вершини z , якщо величини $w_{ij}^{(i)}$ наперед невідомі і стають відомими лише в момент перебування у вершині v_i .

Випадок 2 - дискретно-детермінований.

Нехай задано розмічений граф, кількість вершин якого рівна n .

І нехай v_i - деяка вершина графа.

Матриця ваг графа має вигляд $W^{(i)} = (w_{ij}^{(i)})_{n \times n}$. Тут $w_{ij}^{(i)}$ - вага ребра $\{v_i, v_j\}$ у момент перебування у вершині v_i .

Необхідно знайти найкоротший шлях від заданої початкової вершини a до заданої вершини z , якщо величини $w_{ij}^{(i)}$ наперед відомі.

Випадок 3 – неперервно-невизначений.

Нехай задано розмічений граф, кількість вершин якого рівна n .

І нехай v_i - деяка вершина графа.

Матриця швидкостей руху вздовж ребер графа має вигляд $V = (v_{ij})_{n \times n}$. Тут v_{ij} - швидкість руху вздовж ребра $\{v_i, v_j\}$ у фіксований момент t , тобто $v_{ij} = f_{ij}(t)$. Функції $f_{ij}(t)$ можуть бути різними в залежності від того, вздовж якого ребра здійснюється рух.

Необхідно знайти найкоротший шлях від заданої початкової вершини a до заданої вершини z , якщо величина шляху визначається часом руху вздовж нього.

Алгоритмізація методу розв'язування досліджуваної задачі. З урахуванням фізичного змісту задачі можна стверджувати, що матриця ваг $W^{(i)} = (w_{ij}^{(i)})_{n \times n}$ може бути різною в залежності від часу, коли колона перебуває у вершині v_i . Тому природно, що матрицю ваг слід диференціювати в залежності від часу перебування колони у певній вершині.

Цей процес реалізуємо так. Початковий момент часу вважатимемо нульовим етапом. Момент часу, коли колона перемістилася вздовж одного ребра і знаходиться у деякій вершині графа, вважатимемо першим етапом. Момент часу, коли колона перемістилася вздовж двох ребер і знаходиться у деякій вершині графа, вважатимемо другим етапом і т.д.

З урахуванням цього, матрицю ваг у подальшому позначатимемо $W^{(i,k)} = (w_{ij}^{(i,k)})_{n \times n}$. Тут k визначає етап реалізації руху колони.

Отже, у розгорнутому вигляді початкові умови задачі можна представити у вигляді даних табл. 1.

Таблиця 1

Початкові умови досліджуваної задачі для випадків 1, 2 щодо матриці ваг графа в залежності

від вершини, в якій перебуває колона, та етапу її руху

Вершина, в якій знаходиться колона	Етапи руху колони			
	0	1	2	...
v_1	$W^{(1.0)} = (w_{ij}^{(1.0)})_{n \times n}$	$W^{(1.1)} = (w_{ij}^{(1.1)})_{n \times n}$	$W^{(1.2)} = (w_{ij}^{(1.2)})_{n \times n}$...
v_2	$W^{(2.0)} = (w_{ij}^{(2.0)})_{n \times n}$	$W^{(2.1)} = (w_{ij}^{(2.1)})_{n \times n}$	$W^{(2.2)} = (w_{ij}^{(2.2)})_{n \times n}$...
...
v_n	$W^{(n.0)} = (w_{ij}^{(n.0)})_{n \times n}$	$W^{(n.1)} = (w_{ij}^{(n.1)})_{n \times n}$	$W^{(n.2)} = (w_{ij}^{(n.2)})_{n \times n}$...

При цьому слід зазначити, що для формування матриць ваг табл. 1 може бути застосований підхід, який описаний у роботі [9] і вибір складових якого залежить від початкових умов задачі, що проаналізовані у цій праці, та фізичного змісту досліджуваної задачі.

Випадок 1 - дискретно-стохастичний.

Наведена математична модель досліджуваної задачі у випадку 1 дозволяє зробити висновок, що для її розв'язування можна скористатися методом Дейкстри [10] пошуку найкоротшої відстані між заданими вершинами графа a і z . При цьому матриця ваг графа матиме вигляд однієї з матриць, що наведений у першому стовпці початкових умов табл. 1. Якою саме буде матриця ваг, залежатиме від того, з якої вершини розпочинається рух. Позначимо цю вершину як $v^{(0)}$. Тобто, для досліджуваної задачі $a = v^{(0)}$.

Таким чином, застосування алгоритму Дейкстри дозволяє встановити оптимальний маршрут руху для етапу 0. Однак цей маршрут не буде оптимальним в цілому для задачі, оскільки матриця ваг у момент перебування колони у наступній вершині після вершини $v^{(0)}$ зміниться.

З урахуванням цього, для етапу 1 відомою буде кінцева вершина графа, яка залишається незмінною (вершина z), а також початкова вершина, яка визначатиметься з оптимального маршруту, отриманого для етапу 0, як його друга вершина. Позначимо її через $v^{(1)}$.

З урахуванням того, що в момент перебування колони у першій вершині етапу 1, тобто в вершині $v^{(1)}$, матриця ваг зміниться і матиме вигляд однієї з матриць, що наведений у другому стовпці початкових умов табл. 1 (якою саме буде матриця ваг, залежатиме від того, з якої вершини розпочинається рух), задачу визначення оптимального маршруту можна далі розглядати як задачу пошуку найкоротшої відстані між вершинами $v^{(1)}$ і z .

Для її розв'язування знову можна скористатися алгоритмом Дейкстри, як і на попередньому етапі. Застосування цього алгоритму дозволяє встановити оптимальний маршрут руху для етапу 1.

Таким чином, для етапу 2 відомою буде не лише кінцева вершина графа, яка залишається незмінною (вершина z), а й початкова вершина, яка визначатиметься з оптимального маршруту, отриманого для етапу 1, як його друга вершина. Позначимо її через $v^{(2)}$.

З урахуванням того, що в момент перебування колони у першій вершині етапу 2, тобто в вершині $v^{(2)}$, матриця ваг зміниться і матиме вигляд однієї з матриць, що наведений у третьому стовпці початкових умов табл. 1 (якою саме буде матриця ваг, залежатиме від того, з якої вершини розпочинається рух), задачу визначення оптимального маршруту можна далі розглядати як задачу пошуку найкоротшої відстані між вершинами $v^{(2)}$ і z .

З наведеного можна зробити висновок, що метод розв'язування задачі для випадку 1 полягає в ітераційному застосуванні алгоритму Дейкстри із змінною першою вершиною та різними матрицями ваг на окремих етапах його застосування.

Якщо ввести позначення, що $z = v^{(g)}$, то ознакою зупинки запропонованого алгоритму є суміжність вершин $v^{(g-1)}$ і $v^{(g)}$ в оптимальному маршруті $(g-1)$ -го етапу.

Наглядне представлення наведеного алгоритму можна оцінити з табл. 2.

Таблиця 2

Етапи реалізації ітераційного застосування алгоритму Дейкстри із змінною першою вершиною та різними матрицями ваг на окремих етапах його застосування

Етап	Вершини оптимального маршруту руху в залежності від етапу						
	a						z
0	$v^{(0)}$	$v^{(1)}$					
1		$v^{(1)}$	$v^{(2)}$				
2			$v^{(2)}$	$v^{(3)}$			
...					...		
$g-1$						$v^{(g-1)}$	$v^{(g)}$

Таким чином, оптимальний маршрут руху колони у випадку 1 являтиме собою наступну послідовність вершин: $a = v^{(0)}, v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(g-1)}, v^{(g)} = z$.

А отже, оптимальна тривалість руху колони у досліджуваному випадку становить $T = \sum_{i=0}^{g-1} w_{v^{(i)}v^{(i+1)}}^{(v^{(i)},i)}$, де $w_{v^{(i)}v^{(i+1)}}^{(v^{(i)},i)}$ - вага ребра між вершинами $v^{(i)}$ і $v^{(i+1)}$ матриці ваг $W^{(v^{(i)},i)}$.

Випадок 2 - дискретно-детермінований.

Наведена математична модель досліджуваної задачі у випадку 2 дозволяє зробити висновок, що для її розв'язування можна скористатися методом, алгоритм якого полягає у побудові на початковому етапі усіх можливих шляхів між заданими вершинами графа a і z , встановленні сукупностей матриць ваг для кожного знайденого шляху, що відповідають кожній вершині на відповідному етапі, подальшому визначенні тривалості реалізації кожного шляху та вибору найкоротшого з шляхів на основі порівняння знайдених тривалостей.

Ідею методу можна оцінити з прикладу, що стосується випадку, коли $a = v_1$ і який наведений у табл. 3-5.

Таблиця 3

Приклад можливих альтернативних шляхів між вершинами графа a і z

Номер альтернативного шляху між вершинами графа a і z	Етапи руху колони							
	0	1	2	3	4	5	6	...
1	v_1	v_2	v_4	z				...
2	v_1	v_3	v_4	v_6	z			...
3	v_1	v_2	v_3	v_5	v_7	v_6	z	...
...

Слід звернути увагу на те, що при побудові альтернативних варіантів можливих шляхів між вершинами графа не варто розглядати ті з них, які містять повтори вершин, у яких колона вже побувала.

Таблиця 4

Послідовності матриць ваг, що відповідають кожній вершині на відповідному етапі для кожного знайденого шляху і стосуються прикладу, що наведений у табл. 3

Номер альтернативного шляху між вершинами графа a і z	Етапи руху колони							
	0	1	2	3	4	5	6	...
1	$W^{(1,0)}$	$W^{(2,1)}$	$W^{(4,2)}$	z				...
2	$W^{(1,0)}$	$W^{(3,1)}$	$W^{(4,2)}$	$W^{(6,3)}$	z			...
3	$W^{(1,0)}$	$W^{(2,1)}$	$W^{(3,2)}$	$W^{(5,3)}$	$W^{(7,4)}$	$W^{(6,5)}$	z	...
...

Нехай $T^{(i)}$ - це тривалість реалізації i -го альтернативного шляху між вершинами графа

a і z .

Тоді тривалість реалізації кожного шляху для прикладу, що наведений у табл. 3, можна оцінити з табл. 5.

Таблиця 5

Тривалість реалізації кожного шляху для прикладу, що наведений у табл. 3

Номер альтернативного шляху між вершинами графа a і z	Тривалість реалізації альтернативного шляху між вершинами графа a і z	Складові (доданки) тривалості реалізації альтернативного шляху між вершинами графа a і z , що пов'язані з етапами руху колони							
		0	1	2	3	4	5	6	...
1	$T^{(1)}$	$w_{1,2}^{(1,0)}$	$w_{2,4}^{(2,1)}$	$w_{4,z}^{(4,2)}$...
2	$T^{(2)}$	$w_{1,3}^{(1,0)}$	$w_{3,4}^{(3,1)}$	$w_{4,6}^{(4,2)}$	$w_{6,z}^{(6,3)}$...
3	$T^{(3)}$	$w_{1,2}^{(1,0)}$	$w_{2,3}^{(2,1)}$	$w_{3,5}^{(3,2)}$	$w_{5,7}^{(5,3)}$	$w_{7,6}^{(7,4)}$	$w_{6,z}^{(6,5)}$...
...	

З табл. 5 випливає, що

$$T^{(1)} = w_{1,2}^{(1,0)} + w_{2,4}^{(2,1)} + w_{4,z}^{(4,2)},$$

$$T^{(2)} = w_{1,3}^{(1,0)} + w_{3,4}^{(3,1)} + w_{4,6}^{(4,2)} + w_{6,z}^{(6,3)},$$

$$T^{(3)} = w_{1,2}^{(1,0)} + w_{2,3}^{(2,1)} + w_{3,5}^{(3,2)} + w_{5,7}^{(5,3)} + w_{7,6}^{(7,4)} + w_{6,z}^{(6,5)},$$

А отже, мінімальний час руху колони між заданими вершинами графа a і z рівна

$$T = \min \{ T^{(1)}; T^{(2)}; T^{(3)}; \dots \}.$$

Тоді, якщо $T = T^{(i)}$, то i -й маршрут є оптимальним.

Випадок 3 – неперервно-невизначений.

Наведена математична модель досліджуваної задачі у випадку 3 дозволяє зробити висновок, що для її розв'язування можна скористатися методами, запропонованими для випадків 1 або 2 з урахуванням підходу до розмічення графа, що наведений у роботі [9].

Застосування одного з методів, що запропоновані для випадків 1 або 2, залежить від того, відомими чи невідомими є моменти перебування колони у вершинах графа.

У разі, якщо завчасно відомі можливі моменти перебування колони у кожній вершині графа, то застосовуючи метод, що описаний у роботі [9], можна завчасно встановити матриці ваг графа, сформувавши табл. 1 до початку руху колони. А отже, в цьому випадку для відшукування оптимального шляху руху колони можна скористатися методом, що запропонований у даній роботі для випадку 2.

Якщо ж можливі моменти перебування колони у кожній вершині графа завчасно невідомі, то застосування методу розмічення графа, що описаний у роботі [9], можливе на етапі перебування колони у певній вершині. А отже, в цьому випадку для відшукування оптимального

шляху руху колони можна скористатися методом, що запропонований у даній роботі для випадку 1.

Таким чином, метод розв'язування досліджуваної задачі у випадку 3 полягає в комплексуванні алгоритмів розміщення графа та безпосередньо визначення оптимального шляху в залежності від часу формування матриці ваг графа.

Висновки. Отже, у результаті проведеного дослідження: здійснено постановку задачі вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування з урахуванням особливостей, пов'язаних із попереднім встановленням і забезпеченням достовірності початкових даних; побудовано математичні моделі досліджуваної задачі для трьох випадків (дискретно-стохастичного, дискретно-детермінованого та неперервно-невизначеного), які залежать від особливостей реалізації руху колони; запропоновано алгоритми вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування для кожного з можливих випадків, що проаналізовані в роботі.

Напрямами подальших досліджень авторам вбачається автоматизація запропонованих алгоритмів та їх апробація на типових прикладах.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Fast point-to-point shortest path computations with arc-flags / M. Hilger, E. Kohler, R. H. Mohring, H. Schilling // *The Shortest Path Problem* / M. Hilger, E. Kohler, R. H. Mohring, H. Schilling. – Rhode Island: American Society, 2009. – (DIMACS). – (Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science; vol. 74). – pp. 41–72.
2. Antsfeld L. Finding Multi-criteria Optimal Paths in Multi-modal Public Transportation Networks using the Transit Algorithm / L. Antsfeld, T. Walsh // *Artificial Intelligence and Logistics AILog 2012 Workshop Proceedings*. – 2012. – №1. – pp. 7–11.
3. Contraction Hierarchies: Faster and Simpler Hierarchical Routing in Road Networks / [R. Geisberger, P. Sanders, D. Schultes та ін.] // *Experimental Algorithms* / – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – (Springer-Verlag Berlin Heidelberg). – (Theoretical informatics and general questions; vol. 5038). – pp. 319–333.
4. Delling D. Time-dependent SHARC-routing / Daniel Delling // *Algorithmica* / – Cham: Springer International Publishing AG, 2011. – (Springer-Verlag). – (Special Issue: European Symposium on Algorithms; vol. 60). – pp. 60–94.
5. Route Planning in Transportation Networks / [H. Bast, D. Delling, A. Goldberg та ін.] // *Algorithm Engineering* / [H. Bast, D. Delling, A. Goldberg та ін.]. – Cham: Springer International Publishing AG, 2016. – (Springer Nature). – (Theoretical informatics and general questions; vol. 9220). – pp. 19–80.
6. Resilience and efficiency in transportation networks / [A. A. Ganin, M. Kitsak, D. Marchese та ін.]. // *Science Advances*. – 2017. – №3. – pp. 1–8.
7. Route Planning for Military Ground Vehicles in Road Networks under Uncertain Battlefield Environment / [T. Zhao, J. Huang, J. Shi та ін.]. // *Journal of Advanced Transportation* Received. – 2018. – №1. – pp. 1–10.
8. Кузькін О. Ф. Пошук шляхів у маршрутних мережах міст методом відгалужень і меж / О. Ф. Кузькін. // *Комунальне господарство міст*. – 2012. – №103. – С. 378–388.
9. Лейс Т. Г. ArcGIS. ArcMap. Руководство пользователя / Т. Г. Лейс. – Москва: МГУ, 2005. – 558 с.
10. Crosier S. ArcGIS 9: Getting started with ArcGIS / Scott Crosier. – Redlands, Calif.: ESRI, 2004. – 256 с. – (ESRI).
11. ArcGIS 9 ArcMap Руководство пользователя [Електронний ресурс] // ESRI. – 2004. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.rulit.me/books/arcgis-9-arcmap-rukovodstvo-polzovatelya>.
12. Матвейчук Т. А. Моделирование та програмна реалізація процесу планування вантажоперевезень у військовій логістиці / Т. А. Матвейчук. // *Військово-технічний збірник АСВУ*. – 2016. – №14. – С. 18–25.
13. Математична модель задачі формування складу транспортної колони прикордонної комендатури швидкого реагування та її програмно-алгоритмічна реалізація / О. В. Боровик, Л. В. Рачок, Л. В. Боровик, В. В. Купельський. // *Збірник наукових праць ВІКНУ*. – 2017. – №55. – С. 17–30.
14. Боровик О. В. Розміщення графа мережі доріг при розв'язуванні задачі вибору оптимального маршруту руху колони техніки прикордонної комендатури швидкого реагування / О. В. Боровик, В. В. Купельський. // *Збірник наукових праць НАДПСУ*. – 2018. – №76. – С. 244–255.

15. Нікольський Ю. В. Дискретна математика / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. – Київ: Видавнича група BHV, 2007. – 368 с.

REFERENCES:

1. Hilger, M., Kohler, E., Mohring, R. and Schilling, H. (2009), "Fast point-to-point shortest path computations with arc-flags", DIMACS, Vol. 74, pp. 41–72.
2. Antsfeld, L. and Walsh T. (2012), "Finding Multi-criteria Optimal Paths in Multi-modal Public Transportation Networks using the Transit Algorithm", Artificial Intelligence and Logistics AILog 2012 Workshop Proceedings, No 1. – pp. 7–11.
3. Geisberger, R., Sanders, P., Schultes, D. and Delling, D. (2008), "Contraction Hierarchies: Faster and Simpler Hierarchical Routing in Road Networks", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Vol. 5038, pp. 319–333.
4. Delling, D. (2008), "Time-dependent SHARC-routing", Springer International Publishing AG, Vol. 60, pp. 60–94.
5. Bast, H., Delling, D., Goldberg, A., Müller-Hannemann, M., Pajor, T., Sanders, P., Wagner, D. and Werneck, R.F. (2016), "Route Planning in Transportation Networks", Springer International Publishing AG, Vol. 9220, pp. 19–80.
6. Ganin, A.A., Kitsak, M., Marchese, D., Keisler, J.M., Seager, T. and Linkov, I. (2017), "Resilience and efficiency in transportation networks", *Science Advances*, No 3, pp. 1–8.
7. Zhao, T., Huang, J., Shi, J. and Chen, C. (2018), "Route Planning for Military Ground Vehicles in Road Networks under Uncertain Battlefield Environment", *Journal of Advanced Transportation Received*, No 1, pp. 1–10.
8. Kuz'kin, O.F. (2012), "Poshuk shlyakhiv u marshrutnykh merezhakh mist metodom vidhaluzhen' i mezh" [The search of ways in the route networks of cities by the method of branches and boundaries], *Communal economy of cities*, No 103, pp. 378–388.
9. Leys, T.G. (2005), "ArcGIS. ArcMap. Rukovodstvo pol'zovatelya", [ArcGIS. ArcMap. User Manual], MSU, Moskva, 558 p.
10. Crosier, S. (2005), "ArcGIS 9: Getting started with ArcGIS", Redlands, Calif., 256 p.
11. "ArcGIS 9 ArcMap Rukovodstvo pol'zovatelya", [ArcGIS 9 ArcMap User Guide], Access mode to the resource: <https://www.rulit.me/books/arcgis-9-arcmap-rukovodstvo-polzovatelya>.
12. Matveychuk, T.A. (2016), "Modelyuvannya ta prohramna realizatsiya protsesu planuvannya vantazhoperevezen' u viys'koviy lohistytsi" [Modeling and programme of the planning process cargo transportation in military logistics], *Military-technical collection*, No 14, pp. 18–25.
13. Borovik, O.V., Rachok, R.V., Borovik, L.V. and Kupelskiy, V.V. (2017), "Математична модель задачі формування складу транспортної колони прикордонної комендатури швидкого реагування та її програмно-алгоритмічна реалізація", [The mathematical model of the problem of formation of the convoy of frontier commandant rapid response and its software-algorithmic implementation], *Military-technical collection*, No 55, pp. 17–30.
14. Borovik, O.V. and Kupelskiy, V.V. (2018), "Rozmichennya hrafa merezhi dorih pry rozv'yazuvanni zadachi vyboru optymal'noho marshrutu rukhu kolony tekhniki prykordonnoyi komendatury shvydkoho reahuvannya", [Graph labelling of road network while solving the problem of selecting optimal traffic route for motor convoy of rapid mobility border command post], *Military-technical collection*, No 76, pp. 244–255.
15. Nikol's'kyu, YU.V., Pasichnyk, V.V. and Shcherbyna, YU.M. (2012), "Dyskretna matematyka", [Discrete mathematics], Publishing group BHV, Kyiv, 368 p.

д.т.н., проф. Боровик О.В., Купельський В.В.

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ КОЛОННЫ ТЕХНИКИ ПОГРАНИЧНОЙ КОМЕНДАТУРЫ БЫСТРОГО РЕАГИРОВАНИЯ

Пограничная комендатура быстрого реагирования является структурным подразделением пограничного отряда, предназначена для защиты и усиления охраны определенного участка государственной границы и должна оперативно осуществлять передислокацию своих сил и средств. Успех выполнения поставленных перед подразделением задач во многом зависит от своевременности прибытия в точку назначения. Оперативные перевозки значительного количества воору-

жения, личного состава и разнородных грузов на сухопутном участке осуществляется путем использования техники. На подготовительном этапе организации перевозок решается задача формирования оптимального состава колонны техники.

Существующая сеть автомобильных дорог обеспечивает достаточно большое количество маршрутов движения между исходным и конечным пунктами. Причем это имеет место даже для незначительных расстояний между точками выбытия и назначения. Указанное обуславливает многовариантность при выборе.

Кроме того, выбор маршрута движения зависит от многих вспомогательных условий: обученности водителей, технических характеристик и надежности техники, безопасности движения, дорожных и природно-климатических условий, расстояния и сроков перевозок и тому подобное.

Не качественное учета этих факторов в совокупности может привести к выбору нерационального маршрута движения, не обеспечит своевременного прибытия подразделения в пункт назначения, и может привести к срыву выполнения определенных задач. Поэтому задача выбора оптимального маршрута движения колонны техники является актуальной.

На содержательном уровне задача выглядит как обоснование математической модели выбора оптимального маршрута движения колонны техники, если критерием оптимальности выступает минимизация времени движения с исходной точки в пункт назначения.

Авторами сформирован математическую модель приведенной задачи, предложен алгоритм ее решения для трех случаев: дискретно-стохастического, дискретно-детерминированного и непрерывно-неопределенного, а также разработано соответствующее программное обеспечение. Выбор маршрутов осуществляется для трех вариантов с учетом того, что изменение весов ребер может осуществляться:

в моменты времени, когда колонна находится в определенной вершине графа, и обновление матрицы весов осуществляется именно в эти моменты. Это случай, когда решение о дальнейшем маршруте движения формируется в точках разветвления дорог с учетом обстановки по состоянию отдельных участков динамично меняется и данные по которому появляются периодически;

в моменты времени, когда колонна находится в определенной вершине графа, и для этих моментов матрицы весов, которые будут иметь место при попадании колонны в вершину, заранее известны. Это случай, когда решение о маршруте движения может быть сформировано в начале движения с учетом известной обстановки по состоянию дорог, динамично меняться, но данные по которому могут быть учтены заранее;

произвольным образом в зависимости от скорости колонны в фиксированный момент времени, для которого известна функция скорости колонны.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм, матрица, пограничная комендантура быстрого реагирования, техника, колонна.

Dr.Sc. Borovyk O.V., Kupelskiy V.V.

ALGORITHMIC SUPPORT FOR SELECTING OPTIMAL TRAFFIC ROUTE OF MOTOR CONVOY OF RAPID REACTION BORDER COMMAND POST

The rapid response border commandant's office is a structural unit of the border detachment, designed to protect and strengthen the protection of a certain section of the state border, and must quickly redeploy its forces and assets. The success of the tasks assigned to the unit depends largely on the timeliness of arrival at the destination. Operational transportation of a significant amount of weapons, personnel and dissimilar cargoes on land is carried out using equipment. At the preparatory stage of the organization of transportation, the problem of forming the optimal composition of the convoy of equipment is solved.

The existing road network provides a sufficiently large number of traffic routes between the starting and ending points. Moreover, this takes place even for insignificant distances between points of departure and destination. The specified conditions for multivariance in the selection.

In addition, the choice of the route of movement depends on many auxiliary conditions: driver training, technical characteristics and reliability of vehicles, traffic safety, road and environmental conditions, distance and timing of transportation, and the like.

Poor accounting of these factors in the aggregate may lead to the choice of an irrational route of movement, will not ensure the timely arrival of the unit at the destination, and may lead to the failure to fulfill certain tasks. Therefore, the task of choosing the optimal route of movement of the column of equipment is relevant.

At the substantive level, the task looks like the justification of the mathematical model for choosing the optimal route for the column of equipment, if the criterion of optimality is minimizing the time it takes to move from the starting point to the destination.

The authors formed a mathematical model of the given problem, proposed an algorithm for its solution for three cases: discrete-stochastic, discretely-determined and continuously-indefinite, and the corresponding software was developed. The choice of routes is carried out for three options, taking into account the fact that the change in the weights of the ribs can be carried out:

at times when the column is at a certain vertex of the graph, and the update of the matrix of weights is carried out precisely at these moments. This is the case when a decision on the further route of movement is formed at the road branching points, taking into account the situation, the status of individual sections changes dynamically and data for which appears periodically;

at times when the column is at a certain vertex of the graph, and for these moments, the matrix of weights that will occur when the column hits the vertex are known in advance. This is the case when a decision on the route of movement can be formed at the beginning of the movement, taking into account the known situation on the state of the roads, dynamically change, but data on which can be taken into account in advance;

randomly depending on the speed of the column at a fixed point in time for which the column speed function is known.

Key words: mathematical model, algorithm, matrix, border commandant of quick reaction, equipment, column.

